TSI

CONCOURS COMMUN INP
RAPPORT DE L'ÉPREUVE ORALE
MATHÉMATIQUES
Session 2023

1/ MODALITÉS DE L'ÉPREUVE

L'épreuve d'oral de mathématiques se compose de deux temps : un temps de préparation de 30 minutes avec un ordinateur à disposition et un second temps devant un examinateur.
Le temps de préparation permet de prendre connaissance de l'énoncé et des attendus de celui-ci. Le travail peut se réaliser sur papier et avec l'outil Python. Ensuite, le candidat passe en salle avec un examinateur assigné. Cette seconde période permet au candidat de présenter les résultats, les conjectures émises et d'exposer son travail réalisé en préparation face à l'examinateur. Un deuxième exercice est fourni au bout de 20 minutes. Ce deuxième énoncé donné sous forme écrite est l'occasion d'entamer une discussion avec l'examinateur. L'autonomie, la prise de décision, la connaissance des termes, les stratégies suggérées par le candidat entrent de manière non négligeable dans l'appréciation de la prestation globale.

Organisation pratique

a. Calculatrice

La calculatrice personnelle n'est autorisée dans aucun sujet de mathématiques pour cette session. Ce choix s'appuie sur une volonté d'égalité entre les candidats en termes de matériel numérique. Les attentes portent sur les connaissances du candidat et sa réactivité. Les candidats disposent d'un ordinateur fourni par l'organisation du concours et susceptible de les épauler dans les tâches calculatoires.

b. Python

Chaque exercice donné à la préparation contenait une question d'informatique en langage Python. Le candidat disposait de l'aide-mémoire Python durant la préparation et durant la prestation orale. La question d'informatique est en relation étroite avec l'énoncé mathématiques et il ne s'agit en aucun cas d'une question d'informatique pure.

c. Notation et attendus

La notation des prestations des candidats porte sur leur maîtrise du cours, sur les compétences mathématiques figurant dans les programmes de CPGE des deux années, sur leur capacité d'initiative et de communication.

Ces dispositions seront reconduites pour la session 2024

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

Comme les années précédentes, les examinateurs constatent que, si les candidats ont pour la plupart un savoir-faire technique appréciable, ils sont trop nombreux à manquer singulièrement de hauteur par rapport à leur pratique calculatoire faute d'une maîtrise suffisante des concepts, définitions et théorèmes. Il est dès lors impossible de prétendre obtenir une bonne note d'oral. Cela est particulièrement criant en

algèbre linéaire où le vocabulaire est trop souvent utilisé à tort et à travers (« dimension » d'une matrice, « liberté » d'un espace, etc.).
Il est difficile d'avoir un échange constructif avec un candidat qui ne connaît pas les définitions. Nous invitons donc, une fois encore, les futurs candidats à se présenter à leur oral correctement outillés et avec des idées claires sur les concepts de base. Étonnamment, certains candidats raisonnent par implication, par exemple, lorsqu'ils cherchent un espace propre, mais ne semblent pas avoir conscience de la nécessité d'une réciproque.
Plus généralement, la confusion entre condition nécessaire et suffisante est trop fréquente et l'écrasante majorité des candidats pense, à tort, que les hypothèses des théorèmes sont des conditions nécessaires (« il faut que… »). On note l'absence trop fréquente de quantificateurs, pourtant essentiels dans certains raisonnements. De nombreux candidats raisonnent, par exemple, sur les solutions d'une équation différentielle en discutant selon la valeur prise par la variable.

Nous avons également constaté certaines lacunes parfois très anciennes. L'un des candidats s'est montré incapable de simplifier la fraction 28x27/2 arguant que 14x13.5 était au-dessus de ses forces.

Les examinateurs notent, cette année, un progrès dans l'expression orale : les tics verbaux tels que « du coup », « au final », « en gros » tendent à s'estomper et c'est heureux. En revanche, ils déplorent une baisse significative du niveau mathématiques : trop de candidats sont tétanisés par des questions élémentaires telles que la recherche d'un noyau, un calcul de primitive, une simplification de dérivée ou de coefficient binomial.
Il est difficile d'aborder sereinement un oral sans une compréhension pleine et entière du vocabulaire utilisé et des définitions attenantes. L'écart entre les candidats connaissant leurs cours et sachant le maîtriser a été criant. Les examinateurs s'inscrivent dans une démarche bienveillante pour accompagner la réflexion et non acquérir des notions explicitement au programme des deux années. Il n'a, hélas, pas été rare de voir des candidats annoncer de but en blanc qu'ils ne savaient pas ce qu'était un endomorphisme ou bloqués pour démontrer que l'application était un produit scalaire. Ce constat est très inquiétant et nouveau. Les examinateurs espèrent qu'il ne s'agit que d'un épiphénomène.

Remarques particulières en Python

L'écrasante majorité des candidats a traité la question en langage Python, souvent avec succès. Certains ont même présenté un code documenté. Même si cette démarche est louable, il est bon de rappeler qu'il s'agit d'une épreuve de mathématiques et que la documentation n'est pas une exigence. Un petit nombre ne maîtrise pas la syntaxe de base (appels de fonction sans parenthèses…), trahissant ainsi une pratique trop rare d'un langage pourtant au cœur du programme. Le code Python élaboré ou non durant la préparation a pour vocation d'être écrit dans un script. Les examinateurs rappellent à nouveau que l'épreuve est bien une épreuve de mathématiques, mais qu'elle fait partie d'un concours d'écoles d'ingénieurs. Il est raisonnable de penser qu'écrire avec l'indentation correcte et sauvegarder sur une clé USB appartiennent au domaine des exigences d'un tel concours.
Cette année, l'apparition non négligeable de code sur papier dénature la question Python qui se veut une illustration ou un élément de conjecture. La dérive de séparer le code Python de l'ordinateur ne peut être que sanctionnée.

Nous rappelons aux candidats que l'ordinateur mis à leur disposition peut non seulement les aider à traiter la question d'informatique mais aussi à résoudre, conjecturer et effectuer certains calculs qui ne relèvent pas directement des questions informatiques.

La distinction entre boucle pour et boucle tant que est essentielle pour l'obtention de seuil dans le cas de calcul de valeur approchée.

La question Python est présente dans tous les énoncés du premier exercice et peut donc avoir trait aux probabilités. Savoir simuler des lois usuelles ne devrait pas poser de problème à un candidat préparé.

Remarques particulières en analyse

L'épreuve de mathématiques met en jeu des compétences antérieures au deux années de préparation.
Le signe de x est à prendre en compte dans une expression avec des racines carrées et des carrés.
Les inégalités et leur gestion ont posé des difficultés. Peu de candidats prennent la précaution de justifier le passage d'une ligne d'inégalités à une autre (parce que l'on multiplie ou l'on divise par un nombre positif, parce que l'on applique une fonction croissante…). Nous rappelons aux candidats que le théorème d'encadrement (ou des « gendarmes ») ne s'utilise que pour des limites finies.

Il est souhaitable de justifier, ne fut-ce qu'oralement, de la dérivabilité d'une fonction avant d'effectuer le calcul de la dérivée, tout en précisant le domaine de dérivabilité. Il convient d'éviter les écritures fautives du type (f(x))'. Certains candidats ont eu du mal à exprimer correctement les dérivées partielles d'une fonction à plusieurs variables, donnant lieu ainsi à des notations farfelues et vides de sens.
Certains candidats annoncent l'expression générale du terme d'une suite géométrique en fonction de n, sans être en mesure dans le même temps de montrer le caractère géométrique d'une telle suite.
Nous avons été surpris de voir des candidats former le quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ sans se préoccuper de l'éventuelle nullité de u_n. L'écriture d'un quotient nécessite une étude correcte de son dénominateur. Dans la résolution de système, une "simplification par x" n'est pas une factorisation. Il est bon de vérifier que les systèmes obtenus sont toujours équivalents.

Les fonctions usuelles comme le logarithme népérien ou l'exponentielle doivent être connues. Le tracé de courbe de la fonction logarithme népérien a révélé une connaissance approximative des images de 1 et e par cette fonction. Nous rappelons que, si une illustration est fortement appréciée, elle ne se substitue pas à une preuve rigoureuse.

Il convient de préciser le signe du terme général si on souhaite appliquer le critère de comparaison des séries à termes positifs. Une confusion demeure entre série entière et série numérique pour certains candidats, révélant une connaissance trop légère des entités maniées. L'utilisation du critère de D'Alembert exige une attention à la non nullité des termes à partir d'un certain rang.
Pour les séries numériques, il y a souvent confusion entre la série de terme général u_n et la somme de cette série lorsqu'elle converge (un certain nombre de candidats écrivent une somme infinie dès le départ, sans se soucier de convergence).

Même guidés, il est difficile pour les étudiants d'encadrer l'intégrale d'une fonction monotone sur un intervalle de la forme (k,k+1). Il est notable qu'un graphique peut aider à la réflexion, on ne peut qu'encourager cette démarche d'illustration.

Les examinateurs ont noté une maîtrise approximative des intégrales généralisées ; le recours à la comparaison à une intégrale de Riemann est largement utilisé sans rigueur et parfois quand il n'y a pas lieu d'être. Très peu de candidats indiquent la continuité de la fonction sous le signe intégral.

Certains candidats connaissent la méthode des rectangles mais sont bien en peine d'écrire convenablement le théorème lié aux sommes de Riemann.

Les formules pour les séries de Fourier sont à connaître parfaitement ainsi que les conditions des théorèmes de Dirichlet et Parseval.

Une fonction est définie avec un ensemble de définition, celui-ci entre en jeu quand il est question de la parité de ladite fonction. Les quantificateurs sont omis. Trop de candidats écrivent $f(-x)=f(x)$ en guise de définition de la parité. Cela est vide de sens.

Les développements en série entière ont été approximatifs et la connaissance du développement en série entière de la fonction exponentielle semble inconnue par certains candidats.

La recherche du rayon de convergence donne souvent lieu à une suite de calculs mal compris ; la présence de la valeur absolue semble facultative. La recherche de solutions d'une équation différentielle sous forme de série entière exige une bonne connaissance du théorème de dérivation.

Pour la recherche de solutions d'équations différentielles développables en séries entières, presque aucun candidat n'écrit que le développement est valable dans l'intervalle]-R,R[avec R à déterminer ultérieurement.

Les développements limités usuels sont dans l'ensemble connus même si ceux de $\sqrt{1+x}$ ou de $ln(1+x)$ ont été malmenés. Cependant, un développement limité n'est pas une fonction polynomiale et le o a été souvent le grand absent. Ainsi, les développements limités et équivalents sont annoncés sans justification comme une suite de calculs. Les opérations élémentaires sur ceux-ci sont maîtrisées de manière générale, les examinateurs déplorent néanmoins que certains candidats confondent multiplication de développements limités et composition de développements limités.
Utiliser la parité d'une fonction pour vérifier la partie régulière d'un développement limité est un outil appréciable. Cependant, il n'en est pas de même pour les équivalents, pour lesquels les candidats ne se demandent pas toujours au voisinage de quel point ils se placent, et annoncent alors des équivalents faux. Il convient de savoir la définition de deux fonctions équivalentes en termes de limite, afin de pouvoir se corriger.

Les limites nécessitent une écriture rigoureuse. Le fait que l'exposé soit à l'oral n'interdit pas d'écrire de manière rigoureuse les étapes cruciales de calcul ou la présentation dans une écriture mathématiques correcte des résultats obtenus.

Les examinateurs apprécieraient que la continuité soit évoquée lors d'une composition de limite en un point.

Les courbes paramétrées ont été dans l'ensemble bien réussies, la réduction de l'intervalle d'étude est une question nécessitant une rigueur dans l'écriture et l'utilisation des quantificateurs. Seuls les meilleurs candidats sont capables d'étudier correctement les points singuliers. Nul besoin de parler de point de rebroussement lorsque le point examiné est un point régulier.

Remarques particulières en algèbre et en géométrie

Les définitions d'injectivité et de surjectivité ne sont pas connues : un dessin est parfois proposé mais rarement un énoncé convenable qu'il soit en français (« tout élément de l'ensemble d'arrivée possède un antécédent ») ou en langage symbolique.

Les examinateurs sont surpris que les questions les plus élémentaires (telles que montrer qu'une famille de deux fonctions est libre) posent des difficultés insurmontables à un nombre significatif de candidats. Cette session a vu des candidats ignorer la notion de base d'un espace vectoriel. Les étudiants ont souvent des réflexes sur la réduction. Certains semblent avoir oublié l'algèbre linéaire " de base " comme trouver une famille génératrice, construire la matrice d'une application linéaire et se jettent dans une démarche de diagonalisation, parfois sans lien avec l'énoncé.

La définition de l'image semble être ignorée par un nombre conséquent de candidats.

Savoir lire le rang d'une matrice à l'aide de vecteurs colonne peut éviter des calculs fastidieux. Il est regrettable que certains candidats ne donnent aucun sens aux vecteurs colonnes d'une matrice.

Le théorème du rang est un attendu, il est très dommageable qu'un candidat ne sache pas l'énoncer correctement.

Donner la matrice d'une application linéaire dans des bases différentes pose de lourds problèmes aux candidats (qui tentent parfois de donner deux matrices, alors que les espaces vectoriels en entrée et sortie sont très différents…).

Les définitions de l'injectivité et de la surjectivité ne sont pas connues. Dans le cas d'une application linéaire, le lien avec le noyau ou l'image est flou.

Les candidats sont incapables de prouver la diagonalisabilité d'une matrice triangulaire d'ordre 2 ou d'une matrice de rang 1 sans calculer le polynôme caractéristique. La perte de temps qui s'ensuit, sans compter les erreurs de calculs, pénalise lourdement les candidats.

La définition du noyau n'est pas connue par certains candidats pas plus que le lien avec les sous-espaces propres. Une confusion entre matrice et vecteur persiste et indique une mauvaise compréhension des entités mathématiques. Ainsi, certains candidats proposent la matrice identité en lieu et place de la base canonique de $\mathbb{R}^3$.

La plupart des candidats est incapable de définir ce que sont deux matrices semblables et confondent parfois la notion avec la commutativité ou l'inversibilité. Deux matrices ayant le même déterminant ne sont pas nécessairement semblables.

Les notations $O(E)$ et $O_n(\mathbb{R})$ sont mal connues. Certains candidats s'étonnent que la matrice d'une isométrie dans une base quelconque ne soit pas orthogonale.

La forme exponentielle pose problème à de nombreux candidats. Le lien distance/module n'est pas toujours clair. Le thème même de nombres complexes semble avoir tétanisé bon nombre de candidats alors que ce sont des notions transversales avec la physique notamment.

Déterminer la distance d'un point à un plan dans l'espace pose problème. Il est important de savoir déterminer un projeté orthogonal à l'aide de l'intersection d'un plan et d'une droite. Faire un dessin pour aider à la réflexion est un attendu de la démarche de recherche d'un futur ingénieur.

Les examinateurs rappellent que la formule de la distance d'un point à une droite n'est pas exigible mais que la démarche avec le projeté orthogonal est un attendu.

La définition du produit scalaire n'est pas toujours connue et certains candidats ne savent pas définir correctement la bilinéarité. La gestion du temps de présentation rentre en ligne de compte de l'évaluation, il est important de savoir mettre en avant les points délicats plutôt que de passer du temps sur l'aspect linéaire.

La géométrie de première année a posé beaucoup de difficultés aux candidats. Les intersections de sphères et de plan ont été malmenées. Le produit mixte a rarement été choisi pour prouver ou non la coplanéarité de 3 vecteurs.

L'existence d'un maximum sur une partie fermée bornée semble ignorée de beaucoup de candidats. Les exercices plus classiques de recherche à partir d'un point singulier et de techniques de calculs élémentaires n'ont pas eu beaucoup de succès non plus.

Remarques particulières en probabilités

Dénombrement

Une confusion persiste entre tirages successifs et tirages simultanés chez les candidats alors que les énoncés précisaient de manière claire le mode opératoire.

Beaucoup trop de candidats ne connaissent pas la définition d'un coefficient binomial à l'aide des factorielles ou encore la formule du triangle de Pascal permettant de construire celui-ci.

Le formalisme lié aux probabilités a été oublié par de nombreux candidats. L'écriture propre des événements et la justification claire des calculs effectués font partie des attendus.

Une application additive P peut être qualifiée de probabilité lorsque deux conditions sont vérifiées $P(\Omega)=1$ et lorsque P est à valeurs positives. Cette dernière condition a été oubliée fréquemment durant cette session.

La loi de Poisson est présentée comme la loi des événements rares mais l'expression des probabilités correspondantes pose souvent problème.

De façon plus générale, les lois usuelles du programme ne sont pas correctement connues. L'espérance et la variance de ces lois sont explicitement au programme.

La formule des probabilités totales a été souvent correctement exploitée avec un système complet d'événements annoncé et ayant du sens.

L'indépendance de deux événements est une notion qui a été réussie, de même pour l'exploitation du caractère indépendant de deux variables aléatoires réelles.

La linéarité de l'espérance n'a pas posé de difficulté.

Attitude des candidats, prestation orale

L'oral est l'occasion d'évaluer les capacités de communication des candidats. Il ne s'agit aucunement de paraphraser. L'exactitude des termes et l'efficacité du propos sont des attendus notables d'un oral de concours. Le formalisme doit être présent dans les résultats écrits au tableau.

La gestion du tableau est souvent bonne même si certains candidats ont tendance à tout écrire. Les examinateurs apprécient que le candidat note les numéros des questions et souligne les résultats.

Il est rappelé qu'une tenue décente et neutre est attendue. Cette session a vu des candidats vêtus de vêtements indiquant clairement la classe préparatoire dont ils sont issus. Des candidats se sont présentés avec des chewing-gums. Si les tics oratoires ont tendance à diminuer, ce dont les examinateurs se réjouissent, il est étonnant que les règles minimales de conduite aient dû être rappelées, à savoir « ne pas faire un oral avec un chewing-gum ».

Certains candidats attendent une approbation à chaque proposition, pénalisant le rythme de l'oral et laissant un sentiment de méconnaissance des notions présentées. La capacité de présentation du candidat est prise en compte dans l'appréciation. Les examinateurs précisent qu'il s'agit de l'oral du candidat et qu'en ce nom, c'est au candidat de proposer des stratégies. Cela n'empêche pas de demander de l'aide ou une précision si nécessaire.

3/ CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Cette année a révélé un écart singulier entre les candidats connaissant le cours et les définitions et les candidats ayant clairement fait une impasse sur l'apprentissage de celles-ci. Les examinateurs conseillent aux futurs candidats de prendre un réel temps de lecture des énoncés et d'exposer des définitions maîtrisées et rigoureuses. Il est essentiel que le candidat présente des résultats avec une écriture mathématique correcte mettant en jeu des quantificateurs.

Le tableau est le lieu de l'exposition des étapes cruciales de calcul, une écriture rigoureuse est attendue avec une numérotation correcte des questions.

Les examinateurs sont dans une démarche d'écoute et de bienveillance. Les candidats auront à cœur de présenter leurs démarches de manière argumentée et d'écouter les suggestions de leur examinateur qui n'a pas vocation de répéter plusieurs fois une indication, si le candidat ignore de manière manifeste la suggestion.

Les candidats auront soin de parler de manière distincte et sans chewing-gum. Rester face au tableau durant un exposé quel qu'il soit, ne permet pas de présenter le travail réalisé sous son meilleur jour.

Les examinateurs ont grandement apprécié les candidats ayant fait fonctionner leur code sous Python d'eux-mêmes, s'inscrivant ainsi dans une démarche d'initiative. Si le code n'est pas fonctionnel, cela ne signifie pas que l'oral est raté. Le regard critique et les propositions d'amélioration du script sont accueillies positivement.

L'exercice sans préparation est l'occasion de présenter des pistes de recherche. Les candidats faisant preuve de connaissances solides de cours en citant de manière correcte les définitions en jeu ou montrant un esprit d'initiative en calculant des premiers termes ou écrivant les déterminants ou matrices instaurent un climat propice à la discussion.

Le conseil suite à cette session est de connaître correctement les termes et définitions en jeu. Les futurs candidats auront tout intérêt de maîtriser le cours plutôt qu'une « technicité farfelue ».

Les examinateurs remercient les candidats pour leur sérieux et leur implication dans leurs présentations.